

GTAA 2017, Amiens, France



UN RÉGULATEUR PID ROBUSTE POUR LA COMMANDE ACTIVE DU VÉHICULE

J. Bosche, A. Rabhi and A. El Hajjaji

jerome.bosche@u-picardie.fr

Laboratoire MIS - UPJV Amiens - France



Plan



- I - Position du problème
- II - Stratégie de commande
- III - Application à la DLV
- IV - Illustration Numérique
- V - Conclusion



Position du problème



I - Position du problème

II - Stratégie de commande

III - Application à la DLV

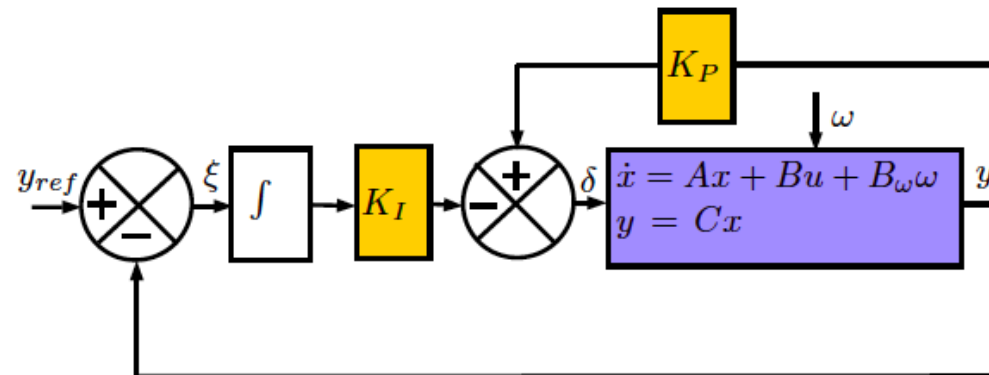
IV - Illustration Numérique

V - Conclusion



Position du problème

Suivi de référence



$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} A(\theta) & \mathbb{O} \\ -C & \mathbb{O} \end{bmatrix}}_{\Lambda} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \int \xi \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} B(\theta) \\ \mathbb{O} \end{bmatrix}}_{\Xi} \delta + \underbrace{\begin{bmatrix} B_\omega(\theta) & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{I}_p \end{bmatrix}}_{\Xi_\omega} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega \\ y_{ref} \end{bmatrix}}_W \\
 Y = \begin{bmatrix} C & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{I} \end{bmatrix} X = \Sigma X \\
 \delta = [K_P \quad -K_I] Y = KY
 \end{array} \right.$$



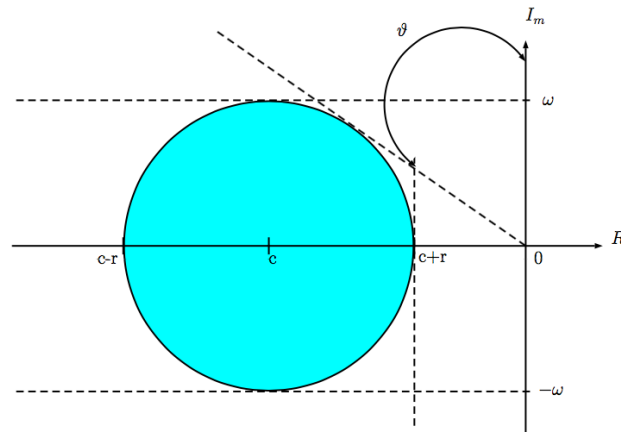
Position du problème

Objectifs



Hypothèses:

- Perturbations : $W = E X$ with $E \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (n+p)}$
- Le modèle d'état en boucle fermée : $\dot{X} = (\Lambda + \Xi K \Sigma + \Xi_{\omega} E) X = \mathbb{A}_{cl} X$
- $\lambda(\mathbb{A}_{cl})$, l'ensemble des valeurs propres de \mathbb{A}_{cl} ,
- \mathcal{D} , une région \mathcal{LMI} de degré 1, correspondant à un demi-plan vertical excentré ou un disque centré sur l'axe des réels du plan complexe.



Position du problème

Objectifs



Considérons:

→ $A_C(\theta) = \Lambda + \Xi K \Sigma + \Xi_\omega E$, la matrice d'état du modèle en boucle fermée,

→ $\lambda(A_C(\theta))$, le spectre de $A_C(\theta)$,

→ \mathcal{D} , une région \mathcal{LMI} de degré 1, correspondant à un demi-plan vertical excentré ou un disque centré sur l'axe des réels du plan complexe.

L'objectif de commande consiste à calculer K telle que $\lambda(A_C(\theta)) \in \mathcal{D}$ tout en maximisant la norme-2 de E .



Stratégie de commande



I - Position du problème

II - Stratégie de commande

III - Application à la DLV

IV - Illustration Numérique

V - Conclusion



Stratégie de commande

\mathcal{D} -stabilisation robuste



Formulation du problème:

1. \mathcal{D} -stabilisation par retour d'état : un problème *BMI*
 $\exists X_i, K$ **t.q.** $\mathcal{M}(\mathbb{A}, \mathbb{X}) = \alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i X_i + B_i K_s X_i)) \leq 0 \forall i$
2. \mathcal{D} -stabilisation par retour d'état : un problème *LM*
 $\exists X_i, R, G$ **t.q.** $\alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i G) + \beta \otimes (B_i R)) \leq 0 \forall i$ avec $R = K_e G$
3. \mathcal{D} -stabilisation par retour de sortie : un problème *NP-hard*
 $\exists X_i, K$ **s.t.** $\alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i X + B_i K X_i C)) \leq 0 \forall i$

Solution possible [Mehdi *et al*, 2003], [Arzelier *et al*, 2003]:

Trouver K et K_e (retour d'état) vérifiant la même condition de \mathcal{D} -stabilité

Propriétés vérifiées **par le même ensemble de matrices de Lyapunov.**

$$\begin{cases} \mathcal{M}(\mathbb{A}_e, \mathbb{X}) \prec 0 \\ \mathcal{M}(\mathbb{A}_{cl}, \mathbb{X}) \prec 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \end{cases} \quad (2)$$

→ Algorithme génétique [Bosche *et al*, 2003]



Stratégie de commande

\mathcal{D} -stabilisation robuste



Formulation du problème:

1. \mathcal{D} -stabilisation par retour d'état : un problème *BMI*
 $\exists X_i, K$ **t.q.** $\mathcal{M}(\mathbb{A}, \mathbb{X}) = \alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i X_i + B_i K_e X_i)) \leq 0 \forall i$
2. \mathcal{D} -stabilisation par retour d'état : un problème *LM*
 $\exists X_i, R, G$ **t.q.** $\alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i G) + \beta \otimes (B_i R)) \leq 0 \forall i$ avec $R = K_e G$
3. \mathcal{D} -stabilisation par retour de sortie : un problème *NP-hard*
 $\exists X_i, K$ **s.t.** $\alpha \otimes X_i + \mathcal{H}(\beta \otimes (A_i X + B_i K X_i C)) \leq 0 \forall i$

Solution possible:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = \begin{bmatrix} G_1 & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & G_2 \end{bmatrix}, G_1 \in R^{(n-p) \times (n-p)}, G_2 \in R^{p \times p} \\ R = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & R_1 \end{bmatrix}, R_1 \in R^{(m+p) \times p} \\ K_e = R G^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & R_1 G_2^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & K \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3)$$



Stratégie de commande

\mathcal{D} -stabilisation robuste



Théorème 1 Soit \mathcal{D} une région \mathcal{LMI} de type disque et une représentation polytopique définie dans l'espace d'état par Λ, Ξ, Σ et Ξ_ω . Il existe une matrice K de commande par retour de sortie maximisant la matrice de transfert $E = \frac{W}{X}$ telle que $E^T E \geq \rho^2$ et telle que $A_C(\theta) = \sum_{i=1}^N \theta_i (\Lambda_i + \Xi_i K \Sigma_i + \Xi_{\omega_i} E)$ est \mathcal{D} -stable s'il y a une solution au problème d'optimisation convexe:

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma = \rho^{-2} \\ & X_i, G, R \end{aligned} \tag{4}$$

qui satisfait la condition \mathcal{LMI} (5)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Upsilon_i \prec 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \\ \Omega = \left[\begin{array}{c|c} G & R^T \\ \hline R & u_{max}^2 \mathbb{I}_{m+p} \end{array} \right] \succ 0 \end{array} \right. \tag{5}$$



Stratégie de commande

\mathcal{D} -stabilisation robuste



avec Υ_i donné par (6)

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c} -r^2 X_i & -cG + \Lambda_i G + \Xi_i R & \mathbb{O}_{n+p, n+p} & \Xi \omega_i \\ \hline \bullet & X_i - 2G & G & \mathbb{O}_{n+p, q+p} \\ \hline \bullet & \bullet & -\mathbb{I}_{n+p} & \mathbb{O}_{n+p, q+p} \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet & -\gamma \mathbb{I}_{q+p} \end{array} \right] \prec 0 \quad (6)$$

et:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_i = X_i^T \succ 0 \quad | \quad G = G^T \succ 0 \quad | \quad \|G\|_2 \preceq 1 \\ G = \begin{bmatrix} G_1 & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & G_2 \end{bmatrix} \quad | \quad R = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & R_1 \end{bmatrix} \quad | \quad K = R_1 G_2^{-1} \end{array} \right.$$



Application à la DLV



I - Position du problème

II - Stratégie de commande

III - Application à la DLV

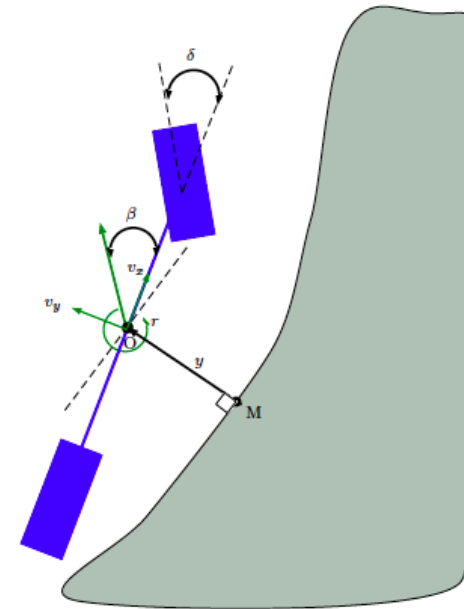
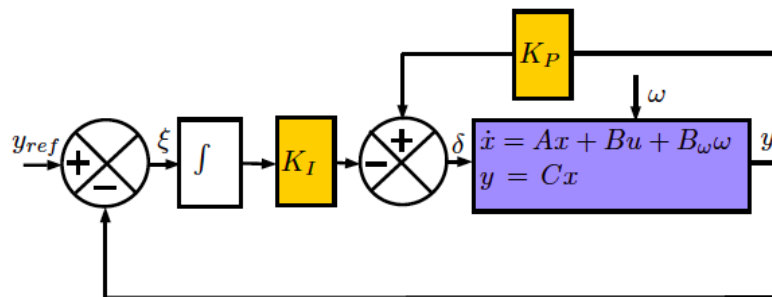
IV - Illustration Numérique

V - Conclusion



Application à la DLV

Le modèle polytopique du véhicule



$$\begin{cases} \dot{x} = A(v_x)x + B(v_x)\delta + B_\omega(v_x)\omega \\ y = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & \mathbb{I}_2 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} x = [\beta, r, \dot{e}, e]^T \in \mathbb{R}^n \\ \ddot{e} = a_y - a_{y_{ref}} \\ a_y = v_x(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \\ a_{y_{ref}} = v_x^2 \rho \end{cases} \quad (7)$$



Application à la DLV

Structure du régulateur PID

Le problème de suivi de référence du véhicule est défini tel que $y_{ref} = 0$, d'où:

$$\delta = K_P \epsilon + K_I \int \epsilon dt$$

$$\Leftrightarrow \delta = [k_{p1} \ k_{p2}] \epsilon + [k_{i1} \ k_{i2}] \int \epsilon dt$$

$$\Leftrightarrow \delta = \underbrace{(k_{p2} + k_{i1})}_{c_p} e + \underbrace{k_{i2}}_{c_i} \int e dt + \underbrace{k_{p1}}_{c_d} \dot{e} \quad (8)$$

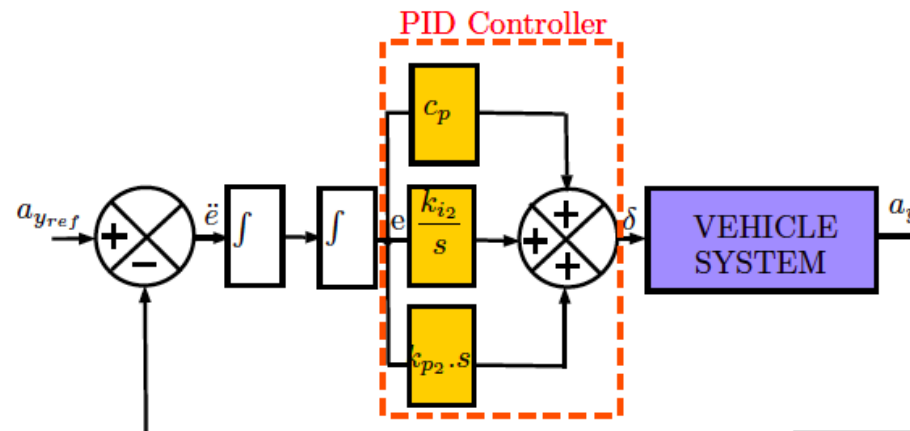


Illustration numérique



- I - Position du problème
- II - Stratégie de commande
- III - Application à la DLV
- IV - Illustration Numérique
- V - Conclusion



Illustration numérique

Valeurs des paramètres



Symbole	Paramètre	Valeur
d_f	Distance essieu avant-CDI	1.195m
d_r	Distance essieu arrière-CDI	1.513m
C_f	Pneu avant	170550N.rad ⁻¹
C_r	Pneu arrière	137844N.rad ⁻¹
μ	Coefficient de frottement de la route	[0 – 1]
v_x	Vitesse longitudinale	[5 – 35]m.s ⁻¹
J_z	Moment d'inertie du lacet	2570kg.m ²
m	Masse	1421kg

- \mathcal{D} : disque centré sur (-50;0) et de rayon 30 : $\xi > 0.35$ et $x < -20$.
- $\|\delta\|_2 \leq 5^\circ$
- [LMIToolbox MATLAB R2012a](#), Mac OS X system, processor 1.7 Ghz Intel Core i5.



Illustration numérique

Resultats



- La matrice de retour de sortie **K** :

$$K = 1e^{-4} \times \begin{bmatrix} -871.4386 & -19.8551 & 19.8448 & 0.4525 \end{bmatrix}$$

avec $\rho = 0.004699$.

- Le correcteur **PID** correspondant :

$$\begin{cases} c_p = 1.0352e - 6 \\ c_i = 0.4525e - 4 \\ c_d = -0.8714 \end{cases}$$



Illustration numérique

Manoeuvre du conducteur et dynamique

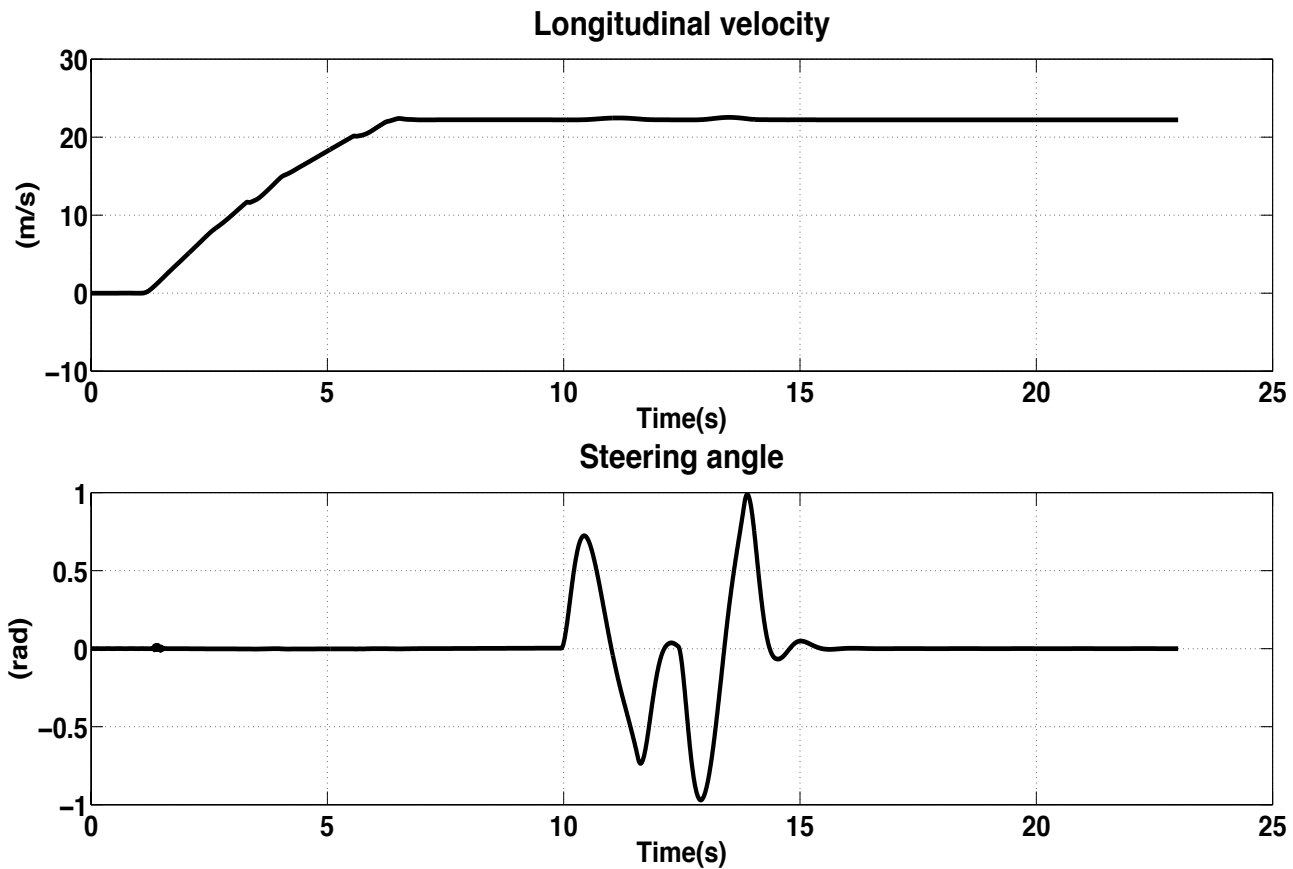


Illustration numérique

Manoeuvre du conducteur et dynamique

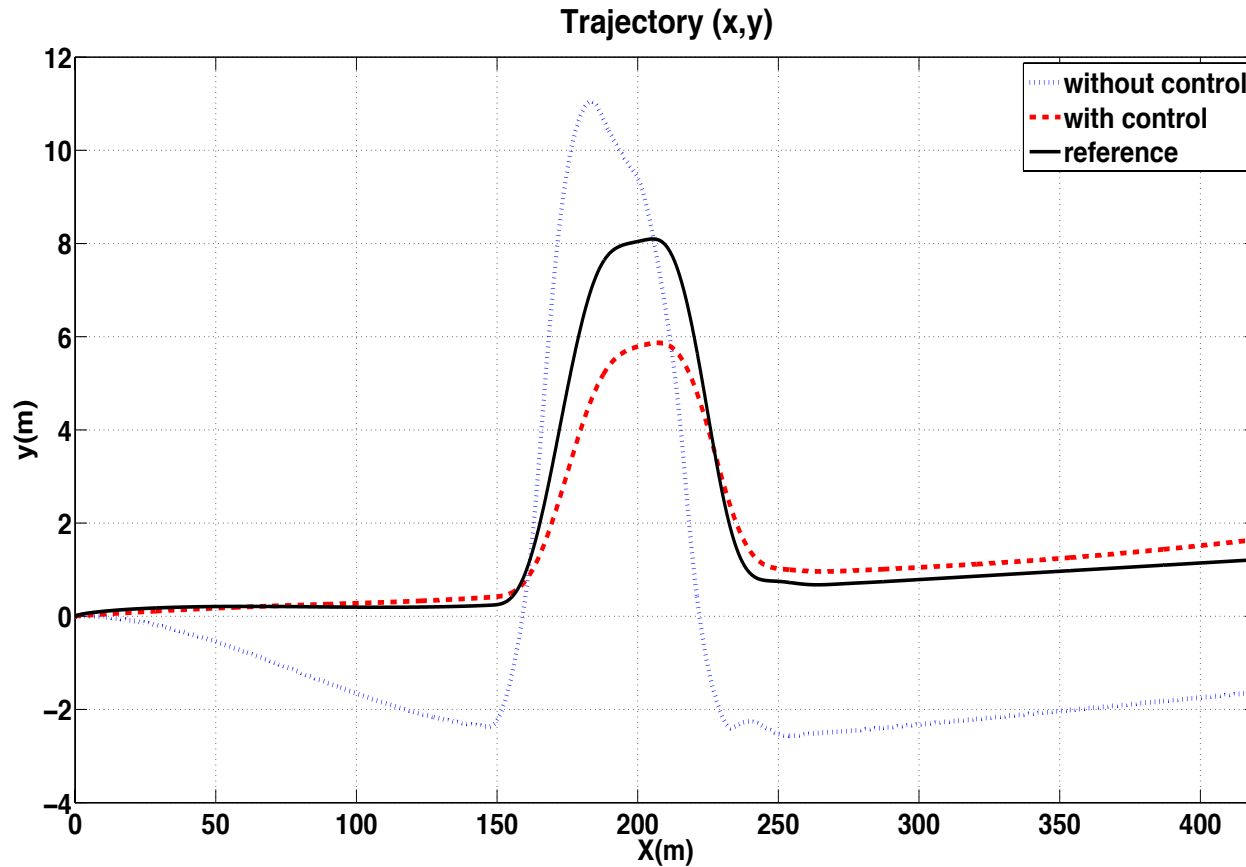
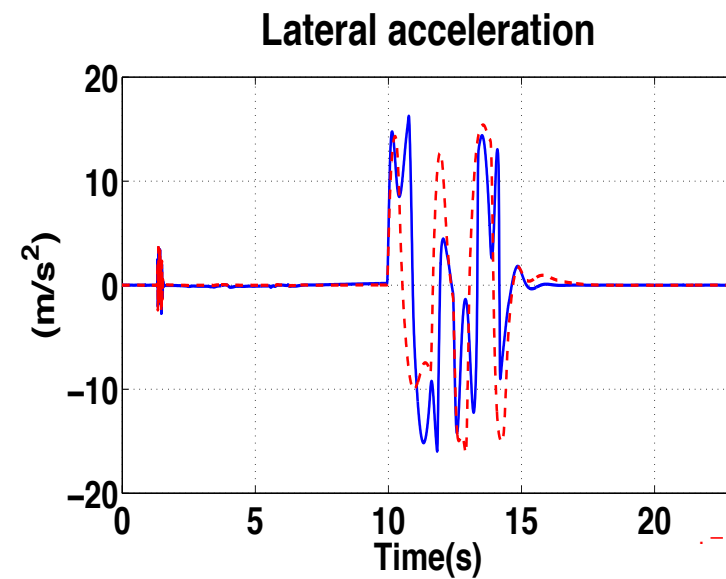
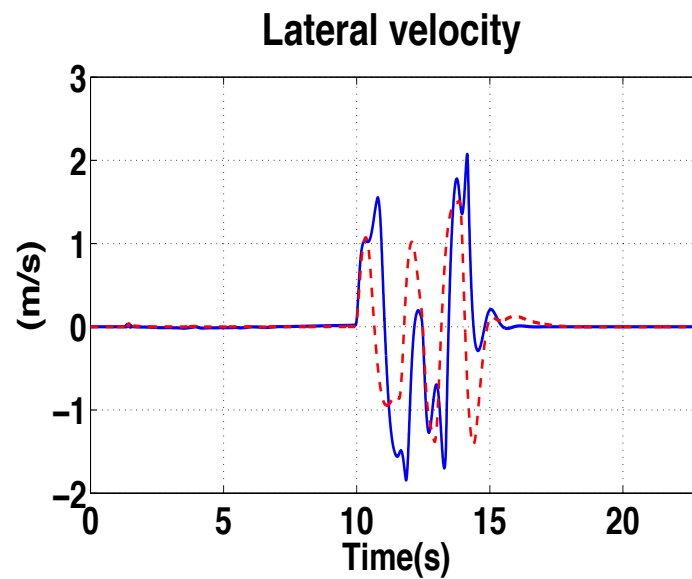
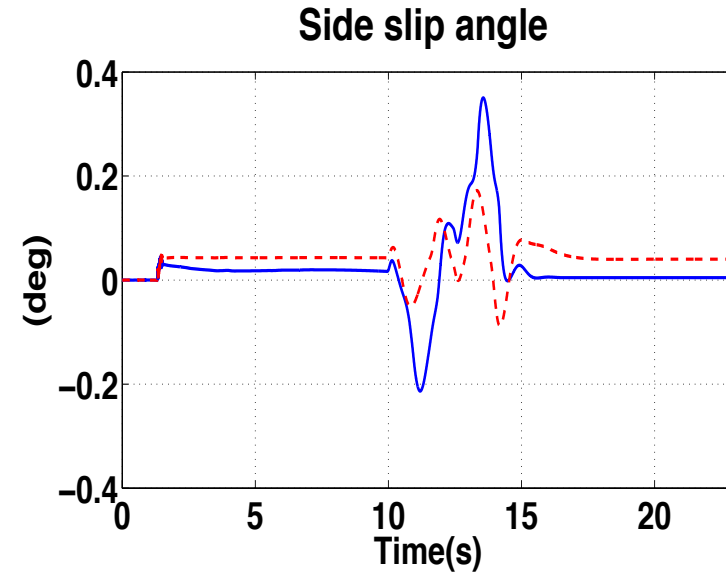
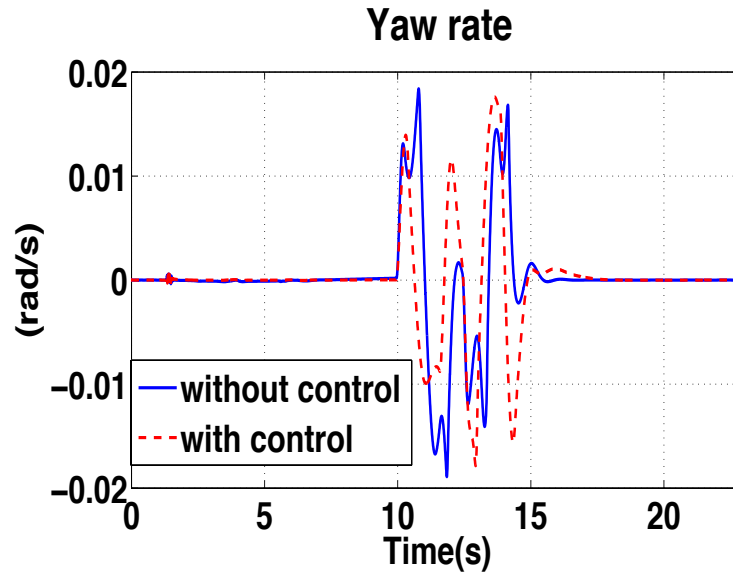


Illustration numérique

Manoeuvre du conducteur et dynamique



Conclusion



- I - Position du problème
- II - Stratégie de commande
- III - Application à la DLV
- IV - Illustration Numérique
- V - Conclusion



Conclusion

Conclusions et perspectives



- **Placement de pôle robuste par retour statique de sortie**

- \mathcal{D} -stabilisation d'un polytope : **approche MLDP**

- Incertitudes bornées en norme : **rejet de perturbation**

- Contrainte sur la commande

- **Optimisation de la taille du polytope.**

- **Le cas du retour dynamique de sortie.**

